

Momento Angular e o Spin do Elétron

Em 1896, o físico holandês Zeeman mostrou experimentalmente que as linhas espectrais emitidas por átomos imersos em um campo magnético se dividiam em mais de uma linha, isto é, o que era uma única linha quando não havia um campo magnético se transformava em mais de uma linha quando o átomo era colocado em um campo magnético. Isto ficou conhecido como *efeito Zeeman* e as linhas novas nas quais as linhas originais se desdobravam ficaram sendo chamadas de *estrutura fina* do espectro de um dado átomo.

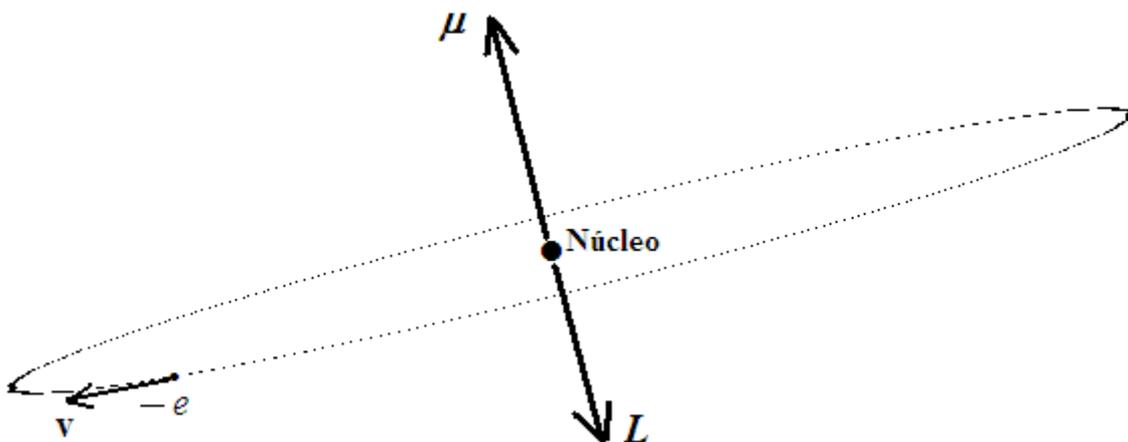
O efeito Zeeman pode ser entendido imaginando que um elétron que se movimenta ao redor do núcleo gera uma *corrente elétrica* circular em torno do núcleo. Embora este problema possa ser inteiramente tratado pela mecânica quântica, vamos fazer uma descrição dele aqui usando o modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio (isto é, supondo que o elétron tem uma órbita circular bem definida em torno do núcleo) porque assim fica mais fácil de se entender os conceitos.

Quando um elétron gira em uma órbita circular ao redor de um ponto, a corrente produzida por ele gera um campo magnético que, segundo a teoria eletromagnética, é equivalente ao de um pequeno ímã colocado no centro do círculo e orientado perpendicularmente ao plano da órbita. As propriedades deste ímã são descritas em física pelo que se chama de *momento de dipolo magnético* μ . Não vamos entrar nos detalhes sobre a teoria eletromagnética aqui (quem quiser saber mais detalhes deve procurar algum livro-texto de física na biblioteca). Para os objetivos deste curso, basta saber que o momento de dipolo magnético de um ímã é um vetor μ que aponta do pólo sul para o pólo norte do ímã (ele é o equivalente para o magnetismo do que é o momento de dipolo elétrico para a eletricidade).

Aplicando as leis da física ao movimento circular de uma carga $-e$ (o elétron) ao redor de um ponto (o núcleo), pode-se mostrar que o momento de dipolo magnético $\boldsymbol{\mu}$ gerado pelo movimento orbital do elétron está associado ao momento angular orbital do elétron \mathbf{L} pela relação

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \mathbf{L},$$

isto é, os vetores do momento de dipolo magnético orbital e do momento angular orbital apontam em direções opostas (veja a figura abaixo).



Se o átomo de hidrogênio for colocado no interior de um campo magnético externo \mathbf{B} apontando numa dada direção (que vamos chamar de direção z), o momento de dipolo magnético $\boldsymbol{\mu}$ sofre um *torque* $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$ que tende a fazer com que o vetor $\boldsymbol{\mu}$ se alinhe com o vetor \mathbf{B} . O problema dinâmico pode ser tratado assumindo que o momento de dipolo magnético $\boldsymbol{\mu}$ tem uma energia potencial V_B na presença do campo magnético \mathbf{B} dada por

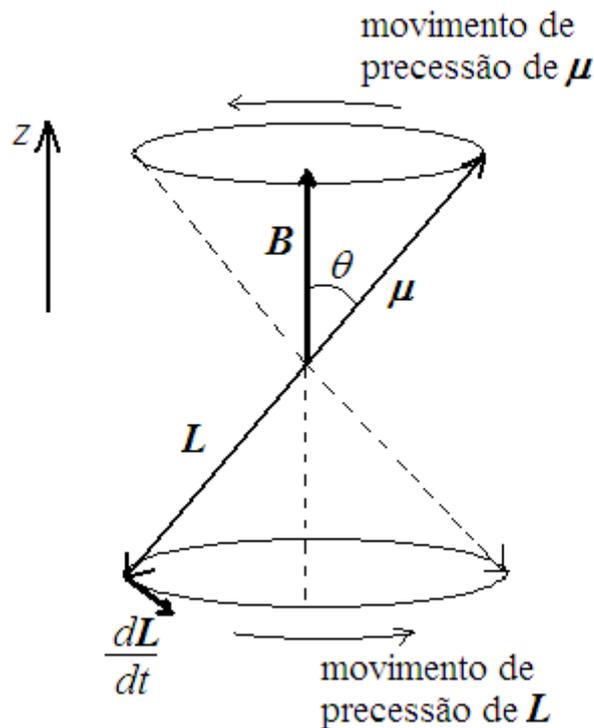
$$V_B = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}.$$

O trabalho associado ao torque que gira o vetor $\boldsymbol{\mu}$ para que ele se alinhe com o vetor \mathbf{B} está associado a uma mudança na energia potencial V_B . Pelas leis da mecânica clássica, o torque $\boldsymbol{\tau}$ provoca uma variação no momento angular \mathbf{L} dada por

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{L}}{dt},$$

e esta equação implica que os vetores $\boldsymbol{\mu}$ e \mathbf{L} executam um movimento de *precessão* (veja a figura abaixo) em torno da direção de \mathbf{B} (a situação é análoga ao movimento de precessão do eixo de um pião em torno da direção vertical da gravidade). Pode-se calcular a frequência angular deste movimento de precessão, chamada de *frequência de Larmor*, ω_L , e ela é dada por,

$$\omega_L = \frac{eB}{2m_e}.$$



O campo magnético externo define uma direção preferencial no espaço (o eixo- z). Quando se resolve este problema com o uso da equação de Schrödinger, obtém-se que o vetor momento angular \mathbf{L} não pode ter qualquer módulo, mas apenas aqueles dados por

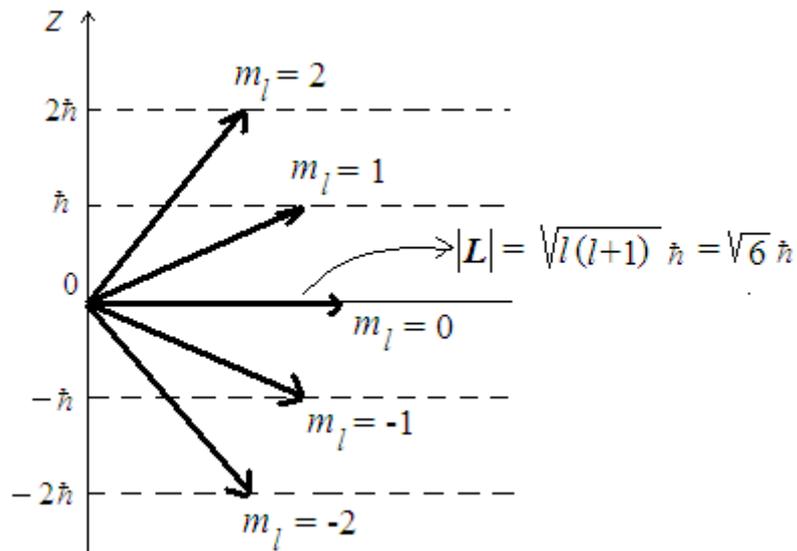
$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar,$$

onde l é o número quântico azimutal, e que as projeções do vetor \mathbf{L} sobre o eixo- z só podem ter os valores dados por

$$L_z = m_l \hbar,$$

onde m_l é o número quântico magnético (aliás, é daqui que vem o seu nome). A partir de aqui, vamos passar a escrever o número quântico magnético como m_l .

Como exemplo, a figura abaixo mostra a situação em que $l = 2$. Observe que há apenas cinco projeções possíveis de \mathbf{L} sobre o eixo- z (associadas aos valores possíveis de m_l : $-2, -1, 0, 1$ e 2).



Como o momento angular orbital \mathbf{L} do elétron é quantizado, o seu momento de dipolo magnético orbital $\boldsymbol{\mu}$ também é quantizado. Em particular, as projeções de $\boldsymbol{\mu}$ sobre o eixo- z (definido pela direção do campo magnético externo \mathbf{B}) são dadas por

$$\mu_z = \frac{e\hbar}{2m_e} m_l \equiv -\mu_B m_l,$$

onde $\mu_B = e \hbar / 2m_e = 9,27 \times 10^{-24}$ J/T (T é a abreviação de Tesla, a unidade de campo magnético no S.I.) é o chamado *magnéton de Bohr*. Ele é uma unidade natural para se calcular o momento de dipolo magnético.

A quantização das projeções de $\boldsymbol{\mu}$ sobre \mathbf{B} implica que a energia potencial V_B associada à orientação de $\boldsymbol{\mu}$ em relação a \mathbf{B} enquanto ela precessiona formando um ângulo constante θ também é quantizada e só pode assumir os valores,

$$V_B = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = -\mu_z B = \mu_B m_l B.$$

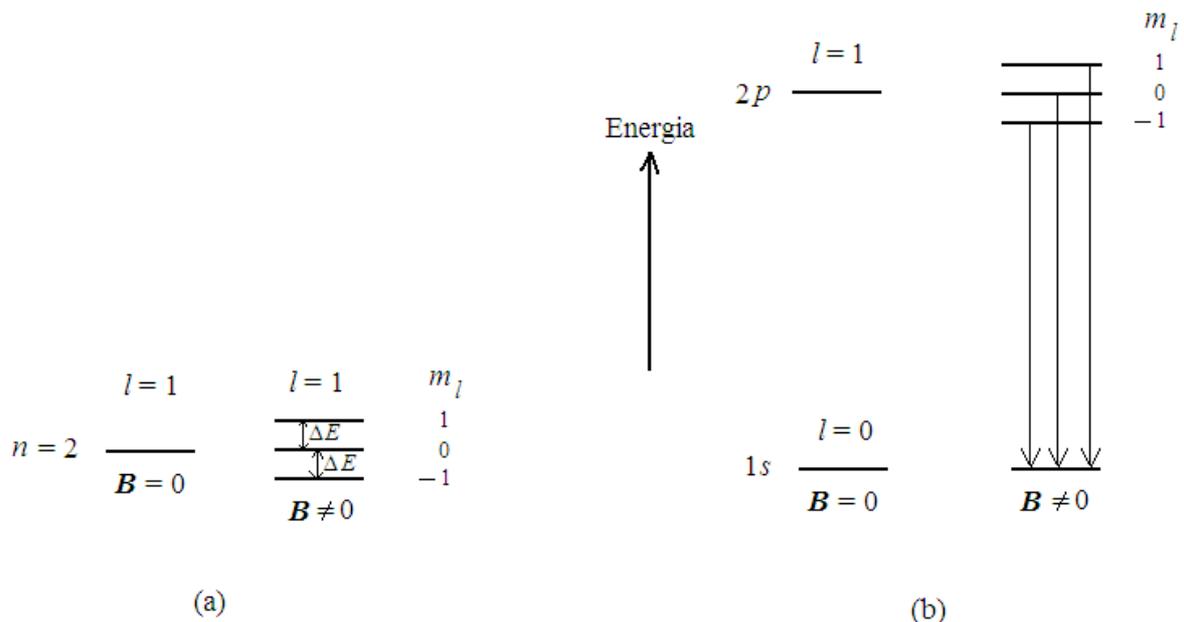
Portanto, em uma situação em que o elétron esteja em um orbital associado a um dado valor do número quântico l , a sua energia potencial V_B terá $2l+1$ valores distintos, um para cada valor de m_l .

Isto quer dizer que a energia total do átomo de hidrogênio quando ele está imerso em um campo magnético é dada por,

$$E = E_n + V_B,$$

onde E_n são as energias associadas apenas ao número quântico n , observadas quando não há campo magnético externo, e V_B é a energia potencial associada à precessão de $\boldsymbol{\mu}$ (ou \mathbf{L}) em torno de \mathbf{B} .

Desta forma, a degenerescência de um nível de energia caracterizado por um valor de $l \neq 0$ pode ser removida quando se coloca o átomo imerso em um campo magnético (veja o exemplo da figura a seguir, para o caso em que $l = 1$).

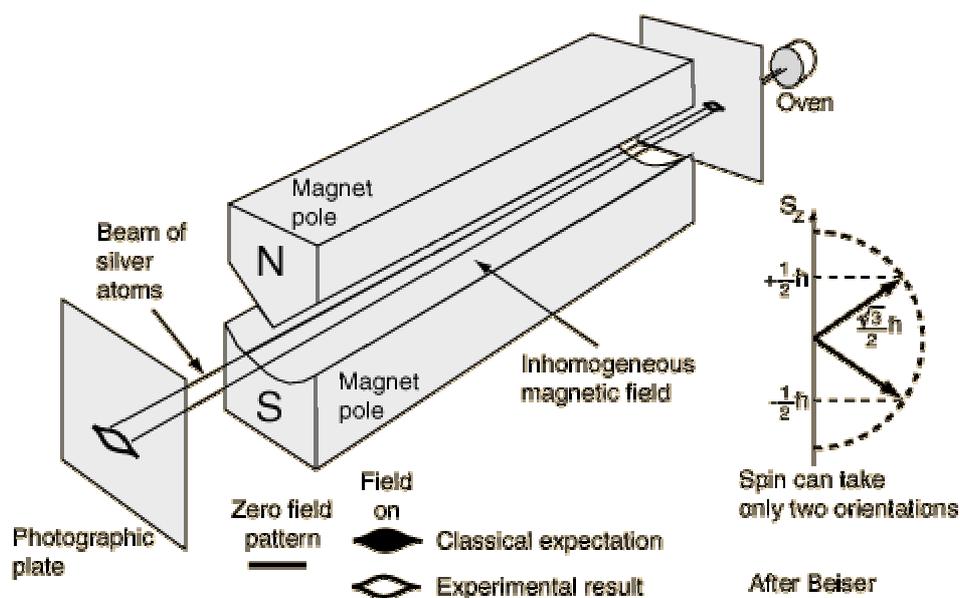


A parte (a) da figura mostra que um campo magnético externo \mathbf{B} *quebra* a degenerescência do nível de energia $2p$, revelando os três estados eletrônicos distintos associados a ele. Na parte (b) da figura, mostram-se as três novas transições possíveis entre o nível excitado $2p$ e o nível fundamental $1s$. Cada uma das novas transições está associada a uma das linhas espectrais observadas no efeito Zeeman. **Nota:** as diferenças de energia nas duas figuras foram desenhadas de maneira exagerada para que elas possam ser visualizadas (na verdade, elas são muito pequenas).

Após o experimento original de Zeeman, vários experimentos mais precisos foram feitos durante as primeiras duas décadas do Séc. XX para se observar a estrutura fina de vários átomos. O que os resultados mostravam é que a separação das linhas espectrais sempre ocorria de tal forma que uma linha se subdividia em um número *par* de linhas (quatro, seis, oito etc). Isto colocava um problema para a teoria quântica, pois o número de possíveis valores de m é sempre um número ímpar (quando $l = 1$ temos três valores de m , quando $l = 2$ temos cinco valores de m etc). Isto foi chamado de *efeito Zeeman anômalo*.

Um outro experimento que mostrou claramente que algo mais deveria estar ocorrendo no átomo que escapava à teoria quântica foi o experimento realizado pelos físicos alemães Stern e Gerlach em 1925. No experimento de Stern-Gerlach, um feixe de átomos de prata passava entre os pólos de um grande ímã que produzia um campo magnético não-uniforme (veja a figura a seguir). Após passar pelo ímã, o feixe era detectado em um anteparo que registrava a sua posição. Considerando que um átomo possui um momento de dipolo magnético orbital $\boldsymbol{\mu}$ devido ao movimento dos seus elétrons em torno do núcleo (como no modelo visto acima), haverá uma interação entre o campo magnético \mathbf{B} do ímã e o momento magnético $\boldsymbol{\mu}$, que dependerá da orientação de $\boldsymbol{\mu}$ em relação a \mathbf{B} (o ângulo θ). Cada átomo sofrerá uma força exercida pelo campo magnético \mathbf{B} que fará com que sua trajetória seja defletida por uma quantia que depende da projeção de $\boldsymbol{\mu}$ sobre \mathbf{B} , dada por m_l .

Portanto, se os átomos do feixe usado por Stern e Gerlach estivessem no seu estado fundamental ($n = 1, l = 0$), o valor de m_l seria zero e o feixe não sofreria deflexão. Se uma parte dos átomos estivesse no primeiro estado excitado ($n = 2, l = 1$), haveria $2l + 1 = 3$ valores diferentes de m_l e o feixe seria dividido em três. No entanto, o feixe de Stern e Gerlach se dividiu em dois, como mostra a figura abaixo.



O primeiro a propor uma explicação convincente para o efeito Zeeman anômalo (o experimento de Stern-Gerlach ainda não havia sido realizado) foi Pauli, que em 1924 publicou um artigo dizendo que deveria haver um quarto número quântico associado ao elétron, que só poderia ter dois valores possíveis. Ainda no mesmo artigo, Pauli enunciou o que mais tarde ficaria conhecido como o **Princípio de Exclusão de Pauli**, segundo o qual cada estado eletrônico caracterizado por um conjunto de quatro números quânticos só poderia ser ocupado por um único elétron.

Pauli, porém, não forneceu uma explicação física para a origem do quarto número quântico. Quem fez isso foram dois jovens físicos holandeses, Uhlenbeck e Goudsmit, que em 1925 estavam fazendo doutorado sob a orientação de Ehrenfest, em Leiden.

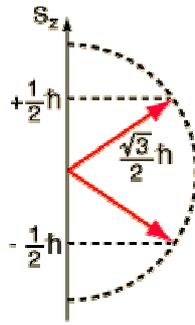
Uhlenbeck e Goudsmit propuseram que o elétron possui um momento angular *intrínseco*, chamado de **spin**, e, portanto, um momento de dipolo magnético intrínseco (pois ele tem carga elétrica). Do ponto de vista clássico, não há problema com esta idéia. Ela corresponde, no caso do sistema planetário, ao movimento de *rotação* da Terra em torno do seu eixo enquanto ela dá voltas em torno do Sol. No entanto, quando se aplica esta idéia clássica a um elétron carregado que gira em torno de seu próprio eixo os resultados são absurdos. Por exemplo, o próprio Ehrenfest mostrou que, para que os resultados de Uhlenbeck e Goudsmit fossem compatíveis com um modelo clássico de um elétron (ou de uma nuvem eletrônica) girando em torno do seu próprio eixo, a velocidade de rotação deveria ser maior do que a velocidade da luz. Portanto, o momento angular intrínseco (spin) do elétron deve ser visto como uma grandeza de natureza *puramente quântica*, sem um análogo na física clássica.

Para explicar os resultados do experimento de Stern-Gerlach, Uhlenbeck e Goudsmit propuseram que o momento angular intrínseco, ou spin, \mathbf{S} do elétron (no caso dos átomos de prata do experimento de Stern-Gerlach, este elétron é o da camada mais externa) deve ser quantizado de uma maneira similar ao momento angular orbital \mathbf{L} , com um número quântico de spin s cujo valor é $\frac{1}{2}$,

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar.$$

Assim como no caso do momento angular orbital, em que existem $2l + 1$ valores do número quântico magnético m_l associados a um valor de l , e os valores possíveis de m_l diferem entre si de uma unidade, Uhlenbeck e Goudsmit propuseram que existe um número quântico magnético de spin, m_s , associado ao número quântico de spin s , que pode assumir $2s + 1 = 2 \cdot (1/2) + 1 = 2$ valores diferentes dados por $m_s = -1/2$ e $m_s = +1/2$. O caso $m_s = +1/2$ é chamado de “spin para cima” e o caso $m_s = -1/2$ é chamado de “spin para baixo”.

A figura a seguir mostra o vetor de spin do elétron com as suas duas projeções sobre o eixo-z.



Associado ao momento angular intrínseco \mathbf{S} do elétron, existe um momento de dipolo magnético intrínseco $\boldsymbol{\mu}_s$ (a situação é análoga à do momento angular orbital). A relação entre $\boldsymbol{\mu}_s$ e \mathbf{S} é dada por,

$$\boldsymbol{\mu}_s = -2 \frac{\mu_B}{\hbar} \mathbf{S},$$

onde μ_B é o magnéton de Bohr. Desta maneira, as projeções de $\boldsymbol{\mu}_s$ sobre o eixo- z podem ter apenas dois valores,

$$\mu_{sz} = -2\mu_B m_s = \pm \mu_B.$$

A existência de um número par de linhas espectrais decorre deste fato. Para cada estado atômico caracterizado pelos números quânticos (n, l, m_l) existem dois estados eletrônicos possíveis caracterizados, ou por um spin para cima, $m_s = 1/2$, ou por um spin para baixo, $m_s = -1/2$. O momento magnético de spin do elétron, $\boldsymbol{\mu}_s$, interage com o campo magnético externo, \mathbf{B} , e essa interação pode ser associada a uma energia potencial,

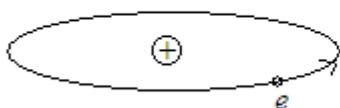
$$V_{BS} = -\boldsymbol{\mu}_s \cdot \mathbf{B} = 2\mu_B m_s B,$$

que pode ter dois valores possíveis. Portanto, a energia de um átomo em um campo magnético fica sendo dada por

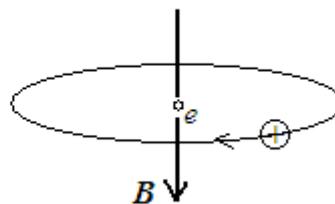
$$E = E_n + V_B + V_{BS},$$

de maneira que cada nível de energia caracterizado anteriormente por uma tríade de números (n, l, m_l) corresponde, de fato, a dois níveis de energia diferentes (um *dubleto*, no jargão dos espectroscopistas). Isto implica que, dado um valor de n , o número de níveis de energia degenerados associados a ele (que podem ser *quebrados* colocando-se o átomo em um campo magnético) é de $2n^2$.

Se estudarmos o átomo de hidrogênio do ponto de vista do sistema de referência que está fixo sobre o elétron, o que teremos é que, do ponto de vista do elétron, é o próton que está girando em torno dele (na visão do modelo de Bohr). Como o próton tem carga elétrica positiva, o seu movimento em torno do elétron cria um campo magnético que interage com o momento de dipolo magnético de spin do elétron. Note que agora não existe campo magnético externo. O movimento do próton ao redor do elétron cria um campo magnético *interno* ao próprio átomo (veja a figura abaixo).



No referencial do laboratório, o elétron gira em torno do núcleo.



No referencial do elétron, o próton gira em torno do elétron. Como o próton tem carga elétrica, o elétron sente um campo magnético interno B gerado pelo movimento do próton

A interação entre o campo magnético interno produzido pelo movimento do próton em relação ao elétron e o momento de dipolo magnético de spin do elétron pode ser associada a uma energia potencial similar à energia V_{BS} do caso anterior. Isto quer dizer que, mesmo quando o átomo de hidrogênio não está em um campo magnético externo, deve haver uma separação dos seus níveis de energia em dois (um associado ao spin para cima do elétron e o outro associado ao spin para baixo). Isto pode ser observado com técnicas espectroscópicas de alta resolução.

Observe que se este efeito ocorre para o átomo de hidrogênio, que possui apenas um elétron, ele deve ser ainda mais pronunciado para átomos com vários elétrons. Neste caso, os próprios movimentos relativos dos elétrons entre si causam o aparecimento de campos magnéticos internos ao átomo, que interagem com os momentos de dipolo magnéticos *orbitais* e de *spin* dos elétrons, gerando energias potenciais que dependem dos números quânticos m_l e m_s .

Portanto, pode-se prever que para átomos com muitos elétrons muitos dos níveis de energia degenerados segundo a teoria quântica sem considerar as interações entre o campo magnético e os momentos de dipolo magnéticos orbital e de spin dos elétrons devem perder a sua degenerescência e poder ser observados como separados. Isto é, de fato, o que é observado, mesmo quando não se coloca um átomo com muitos elétrons em um campo magnético externo.

A introdução do spin do elétron na mecânica quântica requer a adição de um quarto número quântico, m_s , ao conjunto de números quânticos (n, l, m_l) que sai da equação de Schrödinger para caracterizar completamente o estado de um elétron. Podemos, então, representar o estado do elétron por uma função de onda

$$\Psi_{nlm_l m_s},$$

que depende dos quatro números quânticos.

Na verdade, seriam necessários cinco números quânticos, por causa do número quântico de spin, s , mas este sempre vale $\frac{1}{2}$ e não é necessário usá-lo para caracterizar o estado do elétron.

A função de onda acima pode ser entendida da seguinte maneira: ela tem uma parte que depende das *coordenadas espaciais e temporais* (que vem da solução da equação de Schrödinger), Ψ_{nlm_l} , que é multiplicada por um termo que não depende dessas coordenadas, mas que caracteriza o estado intrínseco de spin do elétrico.

A noção de spin é algo que não sai da equação de Schrödinger. Ele tem que ser introduzidos como um *postulado* na mecânica quântica para torná-la compatível com os resultados experimentais. Da mesma forma, o fator 2 que aparece multiplicando μ_B na equação da transparência 9 para μ_s tem que ser *colocado à mão* nas equações para que o modelo de spin de Uhlenbeck e Goudsmit seja consistente com as medidas experimentais.

Este fator 2 é chamado de fator g de Landé, e apareceu pela primeira vez em um modelo fenomenológico feito pelo físico alemão Landé, em 1921, para explicar as linhas espectrais do efeito Zeeman anômalo.

A razão pela qual o spin tem que ser introduzido como um postulado na mecânica quântica é porque ela não é uma teoria *relativística*. Quando Schrödinger deduziu sua equação, ele partiu da equação para a energia de uma partícula da *mecânica clássica* (ver página 7 da aula 10). Portanto, quando se aplica o princípio da correspondência de Bohr às equações da mecânica quântica, o que se obtém como limite não-quântico é a mecânica newtoniana e não a mecânica relativista de Einstein.

Em 1928, Dirac desenvolveu uma nova equação para uma descrição quântica do elétron tomando como ponto de partida as equações da relatividade especial. Essa equação é chamada de **equação de Dirac**. Ela pode ser vista como uma extensão da equação de Schrödinger de uma partícula livre para o limite relativístico.

A equação de Dirac prevê que o elétron deve ter um momento angular intrínseco e um momento magnético intrínseco com as mesmas propriedades de quantização do modelo de spin de Uhlenbeck e Goudsmit (inclusive com o fator $g = 2$ de Landé). Desta forma, a versão relativista da mecânica quântica do elétron proporcionada pela equação de Dirac fornece um sólido suporte teórico para a aceitação da teoria do spin do elétron. Além disso, ela confirma de vez que o spin do elétron é uma grandeza física sem análogo clássico. Ele é uma grandeza de natureza puramente *quântico-relativista*.

Não é objetivo deste curso tentar descrever a teoria de Dirac e nem os desdobramentos da mecânica quântica relativística que ocorreram a partir de 1928 (já basta o sofrimento dos alunos em ter que entender a mecânica quântica não relativística). Porém, é interessante dizer que a equação de Dirac (que é uma equação para uma partícula *livre* que, portanto, deve ter estados de energia *positivos*) *prevê* a existência de partículas com energias *negativas*.

A equação de Dirac ainda prevê que essas partículas livres de energia negativa têm a mesma massa e os mesmos valores possíveis de spin (± 2) do elétron, mas carga elétrica oposta (isto é, $+e$). Dirac interpretou essas partículas como sendo *anti-elétrons*: partículas livres iguais ao elétron, mas de energia negativa e carga $+e$. A equação de Dirac também prevê a existência de partículas de energia positiva, que foram interpretadas por Dirac como sendo os elétrons.

Dirac foi além do seu resultado e previu que para cada partícula conhecida (elétron, próton etc) deve existir uma antipartícula associada, com energia negativa e carga oposta. Ele chamou essas partículas de *antimatéria*. Segundo a sua teoria relativística, quando uma partícula de matéria e uma de antimatéria colidem elas se aniquilam liberando energia (os cálculos indicam que apenas uns poucos gramas de matéria e antimatéria colidindo liberariam energia em quantidade suficiente para mandar um foguete da Terra à Lua). Por outro lado, a teoria de Dirac também prevê que um par de partículas, uma de matéria e a outra de antimatéria, pode ser formado a partir de pura energia.

Dirac interpretou a criação de um par partícula-antipartícula da seguinte maneira: a sua teoria prevê a existência de estados quantizados de energia para uma partícula livre; alguns dos estados são de energia positiva e outros são de energia negativa. Os estados de energia negativa estão completamente preenchidos por *partículas virtuais*. Em um dado momento, uma dessas partículas virtuais pode ser *excitada* e passar para um estado de energia positiva. O estado de energia positiva que é ocupado corresponde a uma partícula (um elétron, por exemplo) e o estado de energia negativa que fica vazio (um *buraco*, no jargão da física das partículas) corresponde a uma antipartícula.

A possibilidade de existência de partículas virtuais é outra das conseqüências da mecânica quântica. Segundo o princípio de incerteza de Heisenberg,

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2},$$

ou seja, durante intervalos de tempo Δt muito pequenos a incerteza na energia do vácuo pode ser grande o suficiente para levar a uma flutuação de um estado de energia negativa preenchido para um estado de energia positiva (segundo o mecanismo proposto por Dirac).

Sendo assim, um par partícula-antipartícula poderia ser criado por uma tal *flutuação do vácuo*. No entanto, essas partículas teriam uma existência muito efêmera para serem detectadas e logo voltariam a colidir e desaparecer. Por isto elas são chamadas de partículas virtuais.

Por exemplo, quando um par elétron-antielétron é criado por uma flutuação quântica, a variação (incerteza) na energia é igual à soma das energias das duas partículas menos zero (que é a energia que existia antes). Usando a famosa fórmula de Einstein para a energia de uma partícula de massa m ,

$$\Delta E = 2m_e c^2 = 2 \times (9 \times 10^{-31} \text{ kg}) (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 1,62 \times 10^{-13} \text{ J}.$$

Substituindo esta incerteza na energia na fórmula de Heisenberg,

$$\Delta t = \frac{\hbar}{2 \Delta E} = \frac{1,05 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{2 \times 1,62 \times 10^{-13} \text{ J}} = 3,2 \times 10^{-22} \text{ s}.$$

Este é um tempo curto o suficiente para evitar que o par elétron-antielétron seja detectado.

Apesar de terem uma existência muito breve, os pares de partículas virtuais podem deixar traços mensuráveis da sua breve aparição a partir do vácuo. Por exemplo, um efeito da aparição de fótons virtuais é produzir pequenas variações nos níveis de energia dos átomos que podem ser medidas. Eles também podem provocar pequenas perturbações no momento de dipolo magnético dos elétrons que podem ser medidas por técnicas espectroscópicas. Um efeito importante devido à criação de partículas virtuais é o chamado *efeito Casimir*, previsto teoricamente pelo físico holandês Casimir em 1948. Para saber mais sobre o efeito Casimir, consulte a página <http://physicsweb.org/article/world/15/9/6>.

Em 1932, o físico norte-americano Anderson descobriu os antielétrons previstos por Dirac quando estudava trajetórias de raios cósmicos em uma câmara de bolhas. Anderson denominou os antielétrons de **pósitrons**. A descoberta do pósitron implicou na comprovação experimental da existência de antimatéria e representou um grande triunfo para a teoria quântica relativística de Dirac. Por isso, ele recebeu o prêmio Nobel de física de 1933.

Apesar da sua existência, a quantidade de antimatéria observada no universo é muito pequena. Mesmo em laboratório, até o momento foram criados apenas alguns poucos anti-átomos de hidrogênio por processos caríssimos e ineficientes.

A assimetria cósmica entre matéria e antimatéria coloca um problema para a teoria do Big-Bang. Não há motivo físico pelo qual, no início do universo, teriam sido criadas mais partículas de matéria que de antimatéria. A constituição do nosso universo primordialmente por partículas de matéria é um enigma que ainda não foi resolvido pela física.

No entanto, do ponto de vista da biologia é muito bom que o universo seja dominado por matéria. Se houvesse uma quantidade apreciável de antimatéria no universo, convivendo com matéria, o universo não seria estável e as condições cósmicas que permitiram o surgimento da vida não existiriam.

A teoria relativística de Dirac para a mecânica quântica pode ser aplicada para a construção de uma teoria do átomo de hidrogênio e dos demais átomos e moléculas. Porém, as equações ficam ainda mais complicadas que as da equação de Schrödinger e as implicações práticas do uso da teoria de Dirac só seriam diferentes das fornecidas pela equação de Schrödinger no limite de átomos se movimentando a altas velocidades. Portanto, vamos continuar aqui a pensar na equação de Schrödinger como sendo a equação fundamental para a teoria atômica e molecular, com o spin do elétron sendo descrito pelo modelo de Uhlenbeck e Goudsmit apresentado anteriormente.